Proposition de stage:
Adaptive selective frequency damping for base state computation

Responsables :
Laura-Victoria Rolandi (laura-victoria.rolandi@isae-supaero.fr),
Thierry Jardin (thierry.jardin@isae-supaero.fr),
Jérôme Fontane (jerome.fontane@isae-supaero.fr),
Jérémie Gressier (jeremie.gressier@isae-supaero.fr)

Durée/période : 5 à 6 mois entre mars et septembre 2021

1 Sujet

L'analyse de stabilité linéaire permet de caractériser le comportement asymptotique des perturbations au moyen des valeurs propres de la matrice Jacobienne de l'opérateur de Navier-Stokes, évaluée à l'état de base stationnaire. Le choix de l'état de base, autour duquel on doit analyser le comportement des perturbations, est donc d'importance fondamentale.
À moins de disposer d'une solution stationnaire analytique de Navier-Stokes, l'état de base est la plupart du temps obtenu par simulation numérique. Il y a différentes approches pour obtenir un état de base stationnaire. Par exemple on peut considérer l'écoulement moyenné temporellement, ou forcer le maintien d'une symétrie géométrique lorsqu'elle existe, ou bien utiliser des méthodes numériques imposant la stationnarité comme la méthode iterative de Newton ou le Selective Frequency Damping (SFD) [1] (Fig. 1). Plusieurs études ont analysé l'influence de la génération de l'état de base sur les modes propres instables. En particulier, le travail de Barkley [2] a montré que l'état de base moyenné temporellement est marginalement stable mais efficace pour repérer les fréquences naturelles. Au contraire, les autres états de base permettent de bien détecter les bifurcations mais sous-estiment les fréquences naturelles dès que l'on s'éloigne du seuil critique d'instabilité.
Ici, nous considérons l'influence de la compressibilité sur la transition à bas Reynolds d'un régime stationnaire à un régime périodique sur des corps épais (cylindre, sphère, ogive, profil NACA) et le choix pour la génération de l'état de base se porte donc sur l'approche SFD. Cette méthode propose d'amortir les fluctuations temporelles grâce à un filtrage qui prend la forme d'un terme dissipatif proportionnel à la fréquence naturelle du mode comme un terme de forçage du système dynamique $\dot{q} = \mathcal{N}(q)$. Le système modifié que l'on considère devient :

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \mathcal{N}(q) - \chi(q - \bar{q}) \\ \dot{\bar{q}} &= \frac{q - \bar{q}}{\Delta} \end{aligned} \qquad (1)$$

où χ est le coefficient de contrôle et $\bar{q}$ est la solution stationnaire (inconnue) calculée à chaque itération en appliquant un filtre passe-bas, de bande passante Δ, à la solution q.
Cette méthode présente cependant certains inconvénients : elle ne converge pas pour des valeurs (χ, Δ) arbitraires, elle nécessite la connaissance a priori des fréquences à atténuer et parfois le temps de

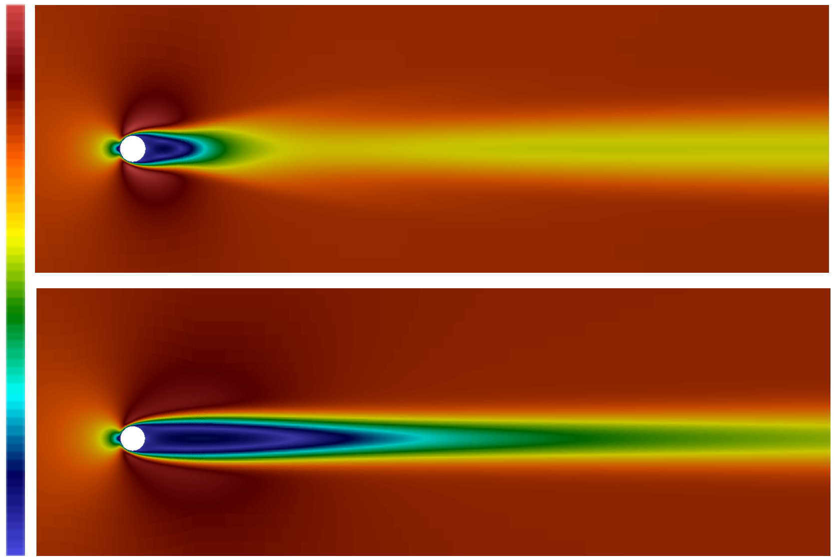

FIGURE 1 – Écoulement autour d'un cylindre. Magnitude du champ de vitesse de l'état de base calculé avec une moyenne temporelle du champ instationnaire (en haut) et avec le Selective Frequency Damping (en bas).

convergence peut être très long. Pour pallier ces problèmes, Jordi *et al.* [5] ont proposé une amélioration de la méthode SFD qui ne nécessite pas la connaissance des fréquences des modes à filtrer. Basée sur un couplage de la SFD avec une analyse de stabilité linéaire, elle permet de trouver les valeurs optimales $(\chi_{opt}, \Delta_{opt})$.

2 Approche numérique

Pour ce stage nous proposons donc d'implémenter l'algorithme d'optimisation présenté par Jordi *et al.* dans le code de simulation compressible compact d'ordre d'élevé IC3 (C++), développé au DAEP. La méthode SFD est déjà implémentée ainsi que l'analyse de stabilité modale globale utilisant la méthode de Krylov-Schur basée sur une approche matrix-free [3, 4] en utilisant la librairie SLEPc. Il s'agit donc de coupler la SFD et le code de stabilité linéaire pour trouver les fréquences les plus amplifiées via un processus itératif pour arriver à la convergence de l'état de base avec les valeurs optimales $(\chi_{opt}, \Delta_{opt})$.

Références

[1] E. Åkervik, L. Brandt, D. S. Henningson, J. Hœpffner, O. Marxen, and P. Schlatter. Steady solutions of the navier-stokes equations by selective frequency damping. *Physics of fluids*, 18(6) :068102, 2006.

[2] D. Barkley. Linear analysis of the cylinder wake mean flow. *EPL (Europhysics Letters)*, 75(5) :750, 2006.

[3] F. J. G. CARRASCO. *Matrix-free time-stepping methods for the solution of TriGlobal instability problems*. PhD thesis, School of Aeronautics, Universidad Politécnica de Madrid, 2013.

[4] S. Chiba. Global stability analysis of incompressible viscous flow. *J. Jpn. Soc. Comput. Fluid Dyn*, 7 :20–48, 1998.

[5] B. E. Jordi, C. J. Cotter, and S. J. Sherwin. An adaptive selective frequency damping method. *Physics of Fluids*, 27(9) :094104, 2015.