

## Soutenance de thèse

**Florian MONTEGHETTI** soutiendra sa thèse de doctorat, préparée au sein des équipes d'accueil doctoral ISAE-ONERA MOIS et ISAE-ONERA EDyF et intitulée « *Analysis and Discretization of Time-Domain Impedance Boundary Conditions in Aeroacoustics* »

**Le 16 octobre 2018 à 10h30**

**Auditorium ONERA Toulouse 2 Avenue Edouard Belin 31000 Toulouse**

devant le jury composé de

M. Denis MATIGNON	Enseignant Chercheur – ISAE-SUPAERO	Directeur de thèse
M. Patrick JOLY	Directeur de Recherche INRIA (POEMS)	Rapporteur
M. Gwénaél GABARD	Senior Researcher - Université du Mans (LAUM)	Rapporteur
M. Bruno LOMBARD	Chargé de Recherche – Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - CNRS	
M. Julien DIAZ	Junior Research Scientist – INRIA (MAGIQUE-3D)	
M. Jean-Pierre RAYMOND	Professeur des Universités - Institut de Mathématiques de Toulouse, CNRS	
M. Sjoerd RIENSTRA	Professeur - Eindhoven University of Technology	
Mme Estelle PIOT	Ingénieur de Recherche - ONERA Toulouse	Co-directrice de thèse

### Summary

In computational aeroacoustics, time-domain impedance boundary conditions (TDIBCs) can be employed to model a locally reacting sound absorbing material. They enable to compute the effect of a material on the sound field after a homogenization distance and have proven effective in noise level predictions. The broad objective of this work is to study the physical, mathematical, and computational aspects of TDIBCs, starting from the physical literature.

The first part of this dissertation defines admissibility conditions for nonlinear TDIBCs under the impedance, admittance, and scattering formulations. It then shows that linear physical models, whose Laplace transforms are irrational, admit in the time domain a time-delayed oscillatory-diffusive representation and gives its physical interpretation. This analysis enables to derive the discrete TDIBC best suited to a particular physical model, by contrast with a one-size-fits-all approach, and suggests elementary ways of computing the poles and weights. The proposed time-local formulation consists in composing a set of ordinary differential equations with a transport equation.

The main contribution of the second part is the proof of the asymptotic stability of the multidimensional wave equation coupled with various classes of admissible TDIBCs, whose Laplace transforms are positive-real functions. The method of proof consists in formulating an abstract Cauchy problem on an extended state space using a realization of the impedance, be it finite or infinite-dimensional. The asymptotic stability of the corresponding strongly continuous semigroup of contractions is then obtained by verifying the sufficient spectral conditions of the Arendt-Batty-Lyubich-Vũ theorem.

The third and last part of the dissertation tackles the discretization of the linearized Euler equations with TDIBCs. It demonstrates the computational advantage of using the scattering operator over the impedance and admittance operators, even for nonlinear TDIBCs. This is achieved by a systematic semi-discrete energy analysis of the weak enforcement of a generic nonlinear TDIBC in a discontinuous Galerkin finite element method. In particular, the analysis highlights that the sole definition of a discrete model is not enough to fully define a TDIBC. To support the analysis, an elementary physical nonlinear scattering operator is derived and its computational properties are investigated in an impedance tube. Then, the derivation of time-delayed broadband TDIBCs from physical reflection coefficient models is carried out for single degree of freedom acoustical liners. A high-order discretization of the derived time-local formulation, which consists in composing a set of ordinary differential equations with a transport equation, is applied to two flow ducts.

**Keywords:** Time-domain impedance boundary condition, Acoustic boundary condition, Time-delay systems, Fractional kernels, Completely monotone kernels, Oscillatory-diffusive representation, Irrational transfer functions, Positive-real functions, Wave equation, Asymptotic stability, Memory damping, Discontinuous Galerkin, Linearized Euler equations, Duct aeroacoustics.

### **Résumé :**

En aéroacoustique numérique, la condition aux limites d'impédance temporelle (TDIBC) peut être utilisée pour modéliser un matériau absorbant acoustique localement réactif. Elle permet de calculer l'effet d'un matériau sur le champ acoustique après une distance d'homogénéisation, ce qui s'avère suffisamment précis pour la prédiction de niveaux sonores. L'objectif général de cette thèse est d'étudier les aspects physiques, mathématiques, et numériques des TDIBC, en partant de la littérature physique.

La première partie de cette thèse définit des conditions d'admissibilité pour une TDIBC non-linéaire dans la formulation impédance, admittance, et scattering. Il est ensuite montré que les modèles physiques linéaires ont des transformées de Laplace irrationnelles et admettent dans le domaine temporel une représentation oscillante-diffusive à retard, dont l'interprétation physique est donnée. L'analyse permet d'obtenir la TDIBC discrète la mieux adaptée à chaque modèle physique, par opposition à une approche universelle qui consiste à postuler un modèle discret a priori, et suggère des manières élémentaires de calculer les pôles et les poids. La formulation temporelle proposée se réduit à la composition d'un ensemble d'équations différentielles ordinaires avec une équation de transport.

La principale contribution de la seconde partie est la preuve de la stabilité asymptotique d'une équation des ondes multidimensionnelle couplée à diverses classes de TDIBC admissibles, dont la transformée de Laplace est une fonction positive-réelle. La démonstration repose sur la formulation d'un problème de Cauchy abstrait sur un espace d'état étendu en utilisant une réalisation de l'impédance, qui peut être de dimension finie ou infinie. La stabilité asymptotique du semi-groupe de contraction correspondant est ensuite obtenue en vérifiant les conditions spectrales du théorème de Arendt-Batty-Lyubich-Vũ.

La troisième et dernière partie de cette thèse s'intéresse à la discrétisation des équations d'Euler linéarisées avec une TDIBC. Elle démontre l'avantage numérique à utiliser l'opérateur de scattering plutôt que les opérateurs d'impédance et d'admittance, y compris pour les TDIBC non-linéaires. Cela est effectué par une analyse d'énergie semi-discrète de l'imposition faible d'une TDIBC générique et non-linéaire dans une méthode des éléments finis de type Galerkin discontinu. En particulier, l'analyse met en évidence que la seule définition d'un modèle discret n'est pas suffisante pour complètement définir une TDIBC. Pour appuyer l'analyse, un modèle physique non-linéaire élémentaire est obtenu et ses propriétés numériques sont étudiées dans un tube à impédance. Ensuite, l'obtention d'une TDIBC retardée large bande depuis les modèles physiques de coefficients de réflexion est démontrée pour les liners acoustique à un degré de liberté.

Une discrétisation d'ordre élevée de la formulation temporelle proposée, qui consiste à composer un ensemble d'équations différentielles ordinaires avec une équation de transport, est appliquée à l'étude numérique de deux conduits aéroacoustiques.

### **Mots-clés**

Condition d'impédance temporelle, Systèmes à retards, Noyaux fractionnaires, Noyaux complètement monotones, Représentation oscillante-diffusive, Fonctions de transfert irrationnelles.