

Soutenance de thèse

Alberte FOSSÁ soutiendra sa thèse de doctorat, préparée au sein de l'équipe d'accueil doctoral ISAE-ONERA ACDC et intitulée « *Propagation multi-fidélité d'incertitude orbitale en présence d'accélération stochastiques* »

Le 14 février 2024 à 15h00, salle des thèses ISAE-SUPAERO

devant le jury composé de

M. Daniel ALAZARD	ISAE-SUPAERO	Directeur de thèse
M. Ryan RUSSELL	The University of Texas at Austin	Rapporteur
Mme Camilla COLOMBO	Politecnico di Milano	Rapporteuse
M. Emmanuel DELANDE	CNES	Co-directeur de thèse
M. Roberto ARMELLIN	University of Auckland	Examineur
M. Emmanuel TRÉLAT	Sorbonne Université	Examineur

Résumé : Le problème de la propagation non linéaire d'incertitude est crucial en astrodynamique, car tous les systèmes d'intérêt pratique, allant de la navigation à la détermination d'orbite et au suivi de cibles, impliquent des non-linéarités dans leurs modèles dynamiques et de mesure. Un sujet d'intérêt est la propagation précise d'incertitude à travers la dynamique orbitale non linéaire, une exigence fondamentale dans plusieurs applications telles que la surveillance de l'espace, la gestion du trafic spatial et la fin de vie des satellites. Étant donnée une représentation dimensionnelle finie de la fonction de densité de probabilité (pdf) de l'état initial, l'objectif est d'obtenir une représentation similaire de cette pdf à tout moment futur. Ce problème a été historiquement abordé avec des méthodes linéarisées ou des simulations de Monte Carlo (MC), toutes deux inadaptées pour satisfaire la demande d'un nombre croissant d'applications. Les méthodes linéarisées sont très performantes, mais ne peuvent pas gérer de fortes non-linéarités ou de longues fenêtres de propagation en raison de la validité locale de la linéarisation. En revanche, les méthodes MC peuvent gérer tout type de non-linéarité, mais sont trop coûteuses en termes de calcul pour toute tâche nécessitant la propagation de plusieurs pdf. Au lieu de cela, cette thèse exploite des méthodes multi-fidélité et des techniques d'algèbre différentielle (DA) pour développer des méthodes efficaces pour la propagation précise des incertitudes à travers des systèmes dynamiques non linéaires. La première méthode, appelée low-order automatic domain splitting (LOADS), représente l'incertitude avec un ensemble de polynômes de Taylor du deuxième ordre et exploite une mesure de non-linéarité basée sur la DA pour ajuster leur nombre en fonction de la dynamique locale et de la précision requise. Un modèle adaptatif de mélange Gaussien (GMM) est ensuite développé en associant chaque polynôme à un noyau pondéré pour obtenir une représentation analytique de la pdf d'état. En outre, une méthode multi-fidélité est proposée pour réduire le coût computationnel des algorithmes précédents tout en conservant une précision similaire. La méthode GMM est dans ce cas exécutée sur un modèle dynamique à faible fidélité, et seules les moyennes des noyaux sont propagées ponctuellement dans une dynamique à haute fidélité pour corriger la pdf à faible fidélité. Si les méthodes précédentes traitent de la propagation d'une incertitude initiale dans un modèle dynamique déterministe, les effets des forces mal ou non modélisées sont enfin pris en compte pour améliorer le réalisme des statistiques propagées. Dans ce cas, la méthode multi-fidélité est d'abord utilisée pour propager l'incertitude initiale dans un modèle dynamique déterministe de faible fidélité. Les propagations ponctuelles sont ensuite remplacées par une propagation polynomiale des

moments de la pdf dans un système dynamique stochastique. Ces moments modélisent les effets des accélérations stochastiques sur les moyennes des noyaux, et couplés à la méthode GMM, ils fournissent une description de la pdf qui tient compte de l'incertitude initiale et des effets des forces négligées. Les méthodes proposées sont appliquées au problème de la propagation d'incertitude en orbite, et leurs performances sont évaluées dans différents régimes orbitaux. Les résultats démontrent leur efficacité pour une propagation précise de l'incertitude initiale et des effets du bruit du processus à une fraction du coût de calcul des simulations MC. La méthode LOADS est ensuite utilisée pour résoudre le problème de la détermination initiale d'orbite en exploitant les informations sur l'incertitude des mesures, et pour développer une méthode de prétraitement des données qui améliore la robustesse des algorithmes de détermination d'orbite. Ces outils sont enfin validés sur des observations réelles d'un objet en orbite de transfert géostationnaire.

Mots-clés : propagation d'incertitude, techniques multi-fidélités, accélérations stochastiques, algèbre différentielle, modèle de mélange gaussien

Summary: The problem of nonlinear uncertainty propagation (UP) is crucial in astrodynamics since all systems of practical interest, ranging from navigation to orbit determination (OD) and target tracking, involve nonlinearities in their dynamics and measurement models. One topic of interest is the accurate propagation of uncertainty through the nonlinear orbital dynamics, a fundamental requirement in several applications such as space surveillance and tracking (SST), space traffic management (STM), and end-of-life (EOL) disposal. Given a finite-dimensional representation of the probability density function (pdf) of the initial state, the main goal is to obtain a similar representation of the state pdf at any future time. This problem has been historically tackled with either linearized methods or Monte Carlo (MC) simulations, both of which are unsuitable to satisfy the demand of a rapidly growing number of applications. Linearized methods are light on computational resources, but cannot handle strong nonlinearities or long propagation windows due to the local validity of the linearization. In contrast, MC methods can handle any kind of nonlinearity, but are too computationally expensive for any task that requires the propagation of several pdfs. Instead, this thesis leverages multifidelity methods and differential algebra (DA) techniques to develop computationally efficient methods for the accurate propagation of uncertainties through nonlinear dynamical systems. The first method, named low-order automatic domain splitting (LOADS), represents the uncertainty with a set of second-order Taylor polynomials and leverages a DA-based measure of nonlinearity to adjust their number based on the local dynamics and the required accuracy. An adaptive Gaussian mixture model (GMM) method is then developed by associating each polynomial to a weighted Gaussian kernel, thus obtaining an analytical representation of the state pdf. Going further, a multifidelity method is proposed to reduce the computational cost of the former algorithms while retaining a similar accuracy. The adaptive GMM method is in this case run on a low-fidelity dynamical model, and only the expected values of the kernels are propagated point-wise in high-fidelity dynamics to compute a posteriori correction of the low-fidelity state pdf. If the former methods deal with the propagation of an initial uncertainty through a deterministic dynamical model, the effects of mismodeled or unmodeled forces are finally considered to further enhance the realism of the propagated statistics. In this case, the multifidelity GMM method is used at first to propagate the initial uncertainty through a low-fidelity, deterministic dynamical model. The point-wise propagations are then replaced with a DA-based algorithm to efficiently propagate a polynomial representation of the moments of the pdf in a stochastic dynamical system. These moments model the effects of stochastic accelerations on the deterministic kernels' means, and coupled with the former GMM provide a description of the propagated state pdf that accounts for both the uncertainty in the initial state and the effects of neglected forces. The proposed methods are applied to the problem of orbit UP, and their performance is assessed in different orbital regimes. The results demonstrate the effectiveness of these methods in accurately propagating the initial uncertainty and the effects of process noise at a fraction of the computational

cost of high-fidelity MC simulations. The LOADS method is then employed to solve the initial orbit determination (IOD) problem by exploiting the information on measurement uncertainty and to develop a preprocessing scheme aimed at improving the robustness of batch OD algorithms. These tools are finally validated on a set of real observations for an object in geostationary transfer orbit (GTO).

Keywords: uncertainty propagation, multifidelity techniques, stochastic accelerations, differential algebra, Gaussian mixture models